



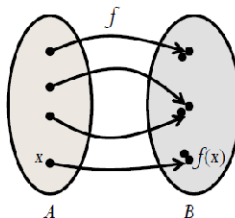
MATEMATIKA II

FUNGSI BEBERAPA PEUBAH

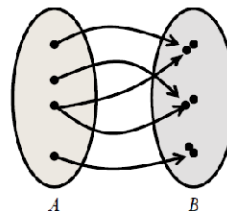


DEFINISI FUNGSI

- Fungsi adalah aturan yang memetakan setiap unsur himpunan A (daerah asal) pada sebuah unsur himpunan B (daerah hasil).



(a) Fungsi



(b) Bukan Fungsi

PERSAMAAN FUNGSI (SATU PEUBAH)

$$y = f(x)$$

x = peubah bebas, y = peubah terikat (nilainya bergantung pada x),
 $f(x)$ = peta dari x

CONTOH Diketahui $f(x) = x^2 + \frac{1}{x} + 5$.

Cari $f(0)$, $f(1)$, $f(-1)$, $f(a)$, dan $f(1/x)$.

JAWAB

$f(0)$ tidak didefinisikan; $x \neq 0$.

$$f(a) = a^2 + \frac{1}{a} + 5$$

$$f(1) = 1^2 + \frac{1}{1} + 5 = 7$$

$$f(1/x) = \frac{1}{x^2} + x + 5$$

$$f(-1) = (-1)^2 + \frac{1}{-1} + 5 = 5$$

GRAFIK FUNGSI (SATU PEUBAH)

Pada fungsi $y = f(x)$, x dan y merupakan pasangan dua bilangan dan dapat ditulis (x, y) . Jika himpunan titik (x, y) digambarkan dalam koordinat bidang maka terbentuklah sebuah grafik fungsi.

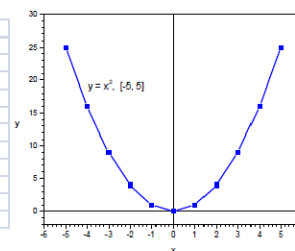
CONTOH

Gambarkan grafik fungsi

$$y = f(x) = x^2, [-5, 5].$$

JAWAB

x	f(x)
-5	25
-4	16
-3	9
-2	4
-1	1
0	0
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25

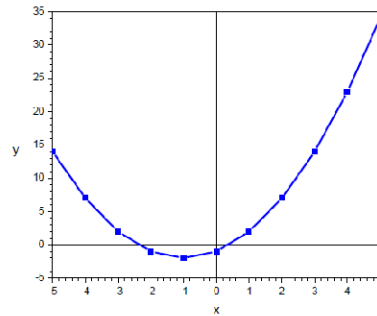


GRAFIK FUNGSI (SATU PEUBAH)

CONTOH Gambarkan grafik fungsi $y = f(x) = x^2 + 2x - 3$.

JAWAB

x	f(x)
-5	14
-4	7
-3	2
-2	-1
-1	-2
0	-1
1	2
2	7
3	14
4	23
5	34



FUNGSI DUA PEUBAH

Banyak fungsi yang bergantung pada peubah lebih dari satu buah.

Sebuah bidang yang panjangnya x dan lebarnya y memiliki luas yang bergantung pada x dan y , yaitu

$$L = f(x, y) = xy$$

Posisi sebuah partikel yang bergerak parabola dapat diungkapkan dalam bentuk $r = f(x, y)$

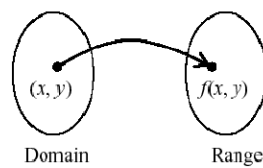
dengan x = jarak horizontal

y = ketinggian dari titik acuan

FUNGSI DUA PEUBAH

Fungsi dua peubah memetakan setiap pasangan bilangan real terurut (x,y) dalam daerah D ke sebuah bilangan real $z = f(x,y)$ dalam daerah R .

Himpunan D disebut domain (daerah asal) dan himpunan R disebut range (daerah hasil). x dan y disebut peubah bebas, z disebut peubah terikat.



FUNGSI DUA PEUBAH

Contoh Fungsi Dua Peubah:

1.) $f(x,y) = 3x^2 + y^2$

2.) $f(x,y) = \frac{1}{\sqrt{xy}}$

3.) $f(x,y) = \frac{x}{y} + xy$

4.) $f(x,y) = \sqrt{25 - x^2 - y^2}$

FUNGSI BEBERAPA PEUBAH (CONTOH)

Fungsi Satu Peubah: $y = f(x) = 2x + x^2$

Fungsi Dua Peubah: $z = f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{xy}}$

Fungsi Tiga Peubah: $w = g(x, y, z) = \frac{xz}{y} + 2xe^{yz}$

Fungsi Empat Peubah: $h(x_1, x_2, x_3, x_4) = (2x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4)$

• • • • • • • • • •

DOMAIN FUNGSI DUA PEUBAH

Menentukan domain:

- hindari akar bilangan negatif
- hindari pembagian dengan 0

CONTOH

Jika $f(x, y) = \frac{y}{x} + xy$, tentukan (a) $f(1, 2)$ dan (b) $f(0, 0)$. (c) Tentukan daerah asal fungsi tersebut.

Penyelesaian

(a) $f(1, 2) = \frac{2}{1} + 1 \cdot 2 = 4$ dan (b) $f(0, 0)$ tidak terdefinisi karena penyebutnya nol ($x = 0$).

(c) Daerah asal fungsi di atas adalah $D_f = \{(x, y) \mid x \neq 0, (x, y) \in R\}$.

CONTOH DOMAIN FUNGSI

Domain Fungsi Dua Peubah

1.) $f(x, y) = 3x^2 + y^2$

Maka, domain dari $f(x, y)$ adalah seluruh titik di bidang xy

2.) $g(x, y) = \frac{1}{\sqrt{xy}}$

Maka, domain dari $g(x, y)$ adalah semua titik di kuadran I & II.
(karena perkalian x & y harus positif)

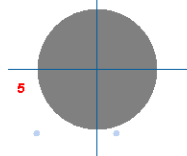
LATIHAN

Tentukan domain fungsi $f(x, y) = \sqrt{25 - x^2 - y^2}$

JAWAB:

Domain dari fungsi tersebut adalah himpunan semua titik yang memenuhi $25 - x^2 - y^2 \geq 0$ atau $x^2 + y^2 \leq 25$

Karena $x^2 + y^2 = 25$ adalah persamaan lingkaran, maka domainnya adalah titik-titik pada lingkaran tersebut.



GRAFIK FUNGSI DUA PEUBAH

Cara pertama, $f(x, y)$ digambarkan sebagai *permukaan ruang* dari $z = f(x, y)$. Permukaan ruang (grafik dari f) didefinisikan sebagai himpunan semua titik (x, y, z) dalam ruang untuk setiap (x, y) dalam domain f . Cara kedua, $f(x, y)$ digambarkan sebagai *kurva ketinggian*. Kurva ketinggian didefinisikan sebagai himpunan titik (x, y) dalam bidang di mana fungsi $f(x, y)$ memiliki nilai konstan $f(x, y) = k$.

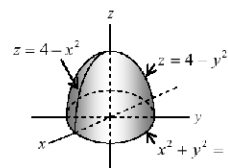
CONTOH

Gambarkan grafik fungsi dari $f(x, y) = 4 - x^2 - y^2$. Gambarkan kurva ketinggian $f(x, y) = k$ dengan $k = 0, 1, 2$.

Penyelesaian 1:

Perpotongan grafik $z = f(x, y) = 4 - x^2 - y^2$ dengan:

- bidang xoy ($z = 0$) adalah $x^2 + y^2 = 4$, lingkaran berpusat di $(0, 0)$ berjari-jari 2.
- bidang xoz ($y = 0$) adalah parabol $z = 4 - x^2$.
- bidang yoz ($x = 0$) adalah parabol $z = 4 - y^2$.



CONTOH

- **Penyelesaian 2:**

kurva ketinggian dari $f(x,y) = 4 - x^2 - y^2 = k$ dengan $k = 0, 1, 2$.

