



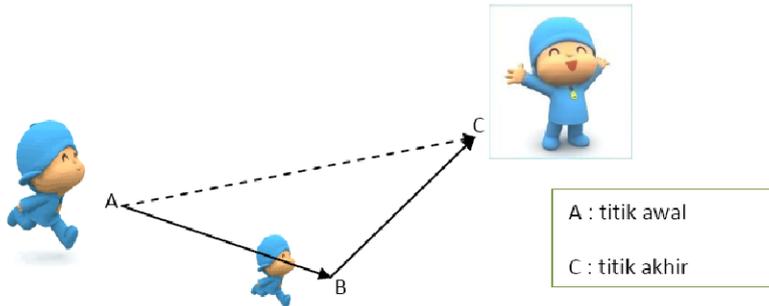
VEKTOR RUANG 2D DAN 3D

MATEMATIKA III

VEKTOR dan SKALAR

- Vektor adalah besaran yang memiliki nilai dan arah
- Skalar adalah besaran yang memiliki nilai tetapi tidak memiliki arah

Perpindahan merupakan salah satu contoh vektor .



Jika kita mengukur besar perpindahan, maka kita mengukur panjang dari titik awal ke titik akhir lintasan. Sehingga besar perpindahan yang dilakukan anak tersebut adalah panjang lintasan dari titik A ke titik C, sedangkan arah perpindahannya adalah dari titik A ke titik C.

SIFAT ALJABAR VEKTOR

Sifat-sifat Aljabar Vektor

Jika \mathbf{A} , \mathbf{B} , dan \mathbf{C} adalah vektor-vektor dan m serta n adalah skalar-skalar, maka

- | | |
|--|-----------------------------|
| 1. $\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A}$ | Hukum Komutatif Penjumlahan |
| 2. $\mathbf{A} + (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = (\mathbf{A} + \mathbf{B}) + \mathbf{C}$ | Hukum Asosiatif Penjumlahan |
| 3. $m\mathbf{A} = \mathbf{A}m$ | Hukum Komutatif Perkalian |
| 4. $m(n\mathbf{A}) = (mn)\mathbf{A}$ | Hukum Asosiatif Perkalian |
| 5. $(m + n)\mathbf{A} = m\mathbf{A} + n\mathbf{A}$ | Hukum Distributif |
| 6. $m(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = m\mathbf{A} + m\mathbf{B}$ | Hukum Distributif |

VEKTOR SATUAN

Vektor satuan adalah suatu vektor yang besarnya satu satuan. Jika \mathbf{A} sebuah vektor yang diketahui dan \mathbf{a} adalah sebuah vektor satuan, maka vektor satuannya dapat dituliskan dengan

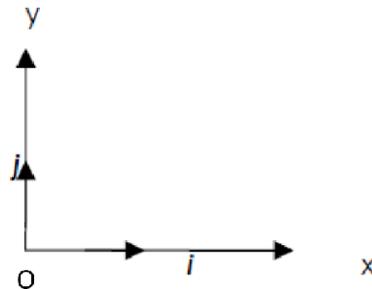
$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{A}}{|\mathbf{A}|}$$

dimana $\mathbf{A} \neq 0$.

VEKTOR BESAR SATUAN

Vektor basis satuan dalam R^2

Perhatikan suatu sistem koordinat XOY dalam R^2 . Pilih dua vektor satuan \mathbf{i} dan \mathbf{j} sebagai basis yang masing-masing sejajar dan searah dengan sumbu x dan y positif dan berpangkal di O.

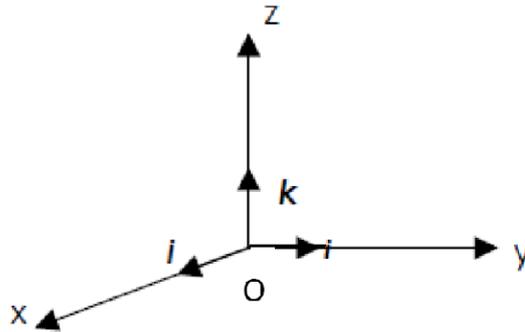


Vektor \mathbf{i} dan \mathbf{j} disebut dengan vektor-vektor basis di R^2 .

VEKTOR BESAR SATUAN

Vektor basis satuan dalam R^3

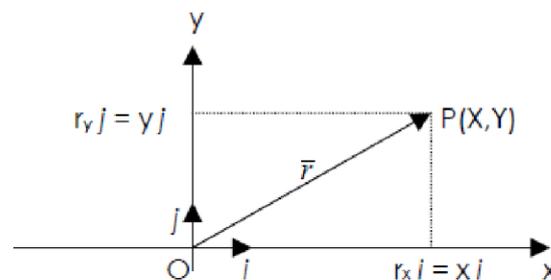
Pada sistem koordinat dalam R^3 , terdapat tiga vektor satuan, yaitu vektor satuani, \mathbf{j} , dan \mathbf{k} yang masing-masing sejajar dan searah dengan sumbu x , y , dan z positif dan berpangkal di O .



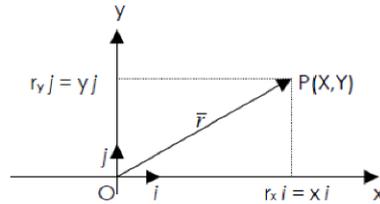
VEKTOR POSISI

Vektor posisi dalam R^2

Jika \mathbf{i} dan \mathbf{j} adalah vektor-vektor basis di R^2 yaitu vektor satuan yang masing-masing sejajar dan searah dengan sumbu x dan sumbu y dan berpangkal di titik O dalam R^2 , maka sebarang vektor \mathbf{r} dari titik O ke titik $P(x,y)$ dalam bidang XOY selalu bisa dinyatakan sebagai kombinasi linear dari vektor basis \mathbf{i} dan \mathbf{j} .



VEKTOR POSISI



Sehingga, vektor posisi titik P diberikan oleh

$$\mathbf{r} = r_x \mathbf{i} + r_y \mathbf{j} = x \mathbf{i} + y \mathbf{j}$$

dimana $r_x \mathbf{i} = x \mathbf{i}$; $r_y \mathbf{j} = y \mathbf{j}$ disebut vektor-vektor komponen.

$r_x = x$ adalah komponen vektor \mathbf{r} pada sumbu x

$r_y = y$ adalah komponen vektor \mathbf{r} pada sumbu y

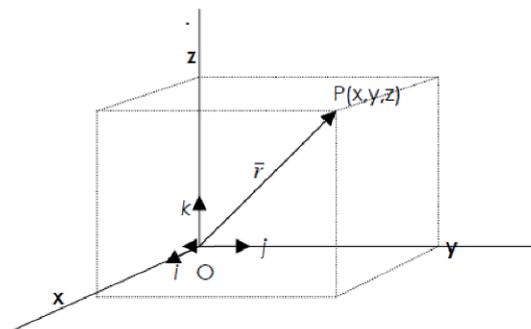
Vektor $\mathbf{r} = x \mathbf{i} + y \mathbf{j}$ disebut vektor posisi titik P, karena komponen-komponennya merupakan koordinat yang menunjukkan posisi titik P.

Panjang/besar dari \mathbf{r} dinyatakan oleh $|\mathbf{r}|$, dimana $|\mathbf{r}| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

VEKTOR POSISI

Vektor posisi dalam R^3

Vektor-vektor basis dalam R^3 adalah vektor-vektor satuan \mathbf{i} , \mathbf{j} , dan \mathbf{k} yang masing-masing berimpit dan searah dengan sumbu-sumbu x, y, dan z positif dan berpangkal di titik O.



VEKTOR POSISI

Vektor posisi titik $P(x,y,z)$ diberikan oleh

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$

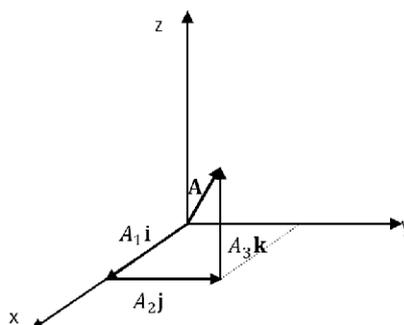
Panjang/besar dari \mathbf{r} dinyatakan oleh $|\mathbf{r}|$, dimana $|\mathbf{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Secara umum untuk sebarang vektor \mathbf{A} pada R^3 yang mempunyai komponen-komponen vektor A_1, A_2 , dan A_3 dapat dituliskan dalam bentuk

$$\mathbf{A} = A_1\mathbf{i} + A_2\mathbf{j} + A_3\mathbf{k}$$

$A_1\mathbf{i}$, $A_2\mathbf{j}$, dan $A_3\mathbf{k}$ disebut vektor-vektor komponen dari \mathbf{A} pada sistem koordinat tegak lurus X, Y , dan Z .

VEKTOR POSISI



Panjang vektor \mathbf{A} diberikan oleh

$$|\mathbf{A}| = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2}$$

VEKTOR POSISI

Kemudian jika \mathbf{a} vektor satuan dari \mathbf{A} , maka

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{A}}{|\mathbf{A}|} = \frac{A_1\mathbf{i} + A_2\mathbf{j} + A_3\mathbf{k}}{\sqrt{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2}}$$

SOAL#1

Jika $\mathbf{A} = 3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$, $\mathbf{B} = \mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$, dan $\mathbf{C} = 2\mathbf{i} - \mathbf{j}$. Carilah a. $\mathbf{A} + 2\mathbf{B} - \mathbf{C}$,
b. $|\mathbf{A} + 2\mathbf{B} - \mathbf{C}|$, c. vektor satuan dari $\mathbf{A} + 2\mathbf{B} - \mathbf{C}$.

Penyelesaian

- $$\begin{aligned}\mathbf{A} + 2\mathbf{B} - \mathbf{C} &= (3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 4\mathbf{k}) + 2(\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 2\mathbf{k}) - (2\mathbf{i} - \mathbf{j}) \\ &= (3\mathbf{i} + 2\mathbf{i} - 2\mathbf{i}) + (2\mathbf{j} + 6\mathbf{j} + \mathbf{j}) + (4\mathbf{k} - 4\mathbf{k}) \\ &= 3\mathbf{i} + 9\mathbf{j}\end{aligned}$$
- $$|\mathbf{A} + 2\mathbf{B} - \mathbf{C}| = \sqrt{3^2 + 9^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$$
- Misalkan \mathbf{u} adalah vektor satuan dari $\mathbf{A} + 2\mathbf{B} - \mathbf{C}$, maka

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{A} + 2\mathbf{B} - \mathbf{C}}{|\mathbf{A} + 2\mathbf{B} - \mathbf{C}|} = \frac{3\mathbf{i} + 9\mathbf{j}}{3\sqrt{10}}$$

SOAL#2

Jika $\mathbf{A} = 3\mathbf{i} - \mathbf{j} - 4\mathbf{k}$, $\mathbf{B} = -2\mathbf{i} + 4\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$, dan $\mathbf{C} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$. Carilah a. $2\mathbf{A} - \mathbf{B} + 3\mathbf{C}$,
b. $|\mathbf{A} + \mathbf{B} + \mathbf{C}|$, c. $|3\mathbf{A} - 2\mathbf{B} + 4\mathbf{C}|$,